

Nichtlineare Analyse von hybriden Konstruktionen unter Verwendung von selektiv gekoppelten Tragwerks- und Querschnittsmodellen*

Hahn S., Weitzmann R.

Bauhaus-Universität Weimar, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau

99421 Weimar, Deutschland

1 Problemübersicht

Realitätsnahe Untersuchungen an hybriden Tragwerken erfordern insbesondere bei der Berücksichtigung lokaler Effekte, wie z.B. der Rißbildung, Modelle mit hohem Detaillierungsgrad [1]. Um die Analyse auf Tragwerksebene vornehmen zu können, werden unterschiedliche Strategien der Modellierung angewandt:

- I. Untersuchung in einer Modellebene unter Einbeziehung aller Verhaltensmerkmale
- II. Untersuchung in getrennten Modellebenen mit konkreter Zuordnung von Teilaspekten des Tragverhaltens sowie Vorgabe einer Kopplungsvorschrift (Transformation).
- III. Untersuchung mit selektiv gekoppelten Modellebenen

Verfahren mit nur einer Modellebene (Strategie I), die z.B. Schicht- oder Faserdiskretisierungen bzw. Finite Elemente Formulierungen mit nichtlinearen Materialgesetzen verwenden, sind im Allgemeinen sehr komplex und damit für praktische Anwendungen oftmals nur bedingt geeignet. Die Strategie II wird vor allem in Normenwerken und in Hilfsmitteln für die Ingenieurpraxis favorisiert. Bei der Berechnung von Stahlbetontragwerken werden z.B. die Nachweise in den Modellebenen Querschnitt und Tragwerk geführt. Die Kopplung zwischen den Modellebenen erfolgt anhand von Transformationsfunktionen in Abhängigkeit von lokalen bzw. globalen Kenngrößen (z.B. M - κ -Relationen).

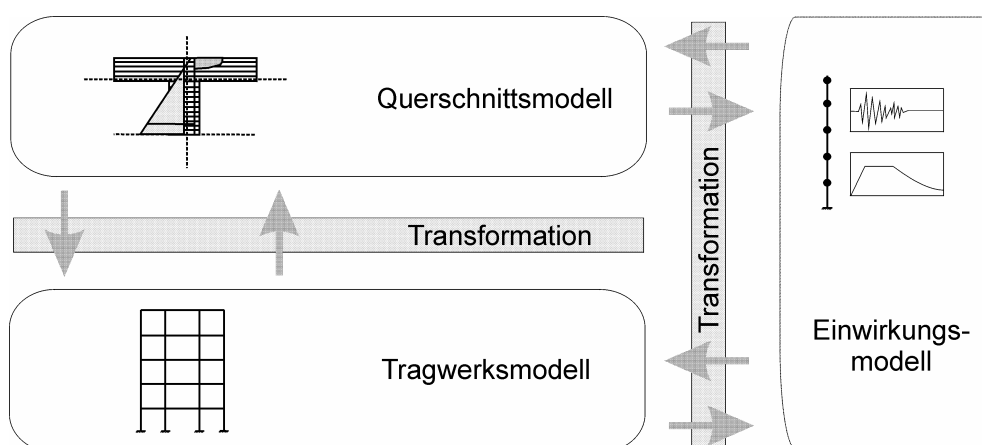


Abb. 1: Darstellung unterschiedlicher Modellebenen

* Dieses Projekt wird gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG)

Die Trennung in unterschiedliche Betrachtungsebenen bietet den Vorteil, dass für oft auftretende Tragwerkselemente die lokalen Eigenschaften vorab rechnerisch oder experimentell bestimmt und die daraus abgeleiteten integralen Ansätze auf ganze Klassen von Tragwerkstypen übertragen werden können. Notwendige Anpassungen an das konkrete Tragwerk beschränken sich dabei auf die Modellierung im globalen Modell und können mit vergleichsweise geringem Aufwand bewältigt werden. Diese Verfahrensweise vereinfacht die Modellierung und verbessert die Übersichtlichkeit sowie Nachvollziehbarkeit (Abb. 1).

Die Übertragung von Informationen zwischen getrennten Modellebenen ist jedoch im Allgemeinen nicht verlustfrei. Komplexe funktionale Zusammenhänge werden dabei im Sinne einer effektiven Problemlösung vereinfacht, z.B. mit dem Verzicht auf Vorgabe einer eindeutigen Transformationsbeziehung. Rückkopplungen zwischen Kenngrößen unterschiedlicher Modellebenen werden somit nur durch Einbeziehung von Zusatzinformationen oder durch iteratives Vorgehen möglich. Dies führt dazu, dass unter diesen Umständen im Vergleich zur Strategie I andere Untersuchungsergebnisse erzielt werden.

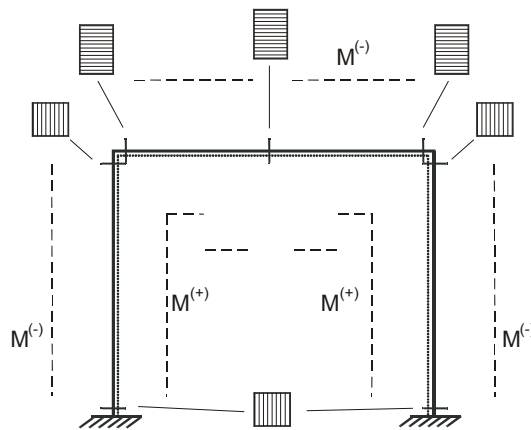


Abb. 2: Selektiv gekoppeltes System

Bei der Untersuchung hybrider Strukturen kann eine Kombination beider Strategien vorteilhaft sein (Strategie III). Durch selektive Kopplung der Modellebenen in ausgewählten Bereichen der Konstruktion kann z.B. eine Verbesserung der Abbildungsgenauigkeit erzielt werden, wohingegen die verbleibenden Bereiche mit vereinfachten „integralen“ Formulierungen beschrieben werden (Abb. 2). Dadurch werden erweiterte Aussagen über das Querschnittstragverhalten in extrem beanspruchten Teilen des Tragwerks bei Reduzierung der Komplexität des Modells möglich.

Im Beitrag werden entsprechend Strategie II und III ausgewählte Varianten der Modellbildung gegenübergestellt und bewertet:

Modell 1: Separate Tragwerks- und Querschnittsmodelle

Modell 2a: Gekoppelte Tragwerks- und Querschnittsmodelle mit konstanter Steifigkeit

Modell 2b: Gekoppelte Tragwerks- und Querschnittsmodelle mit veränderlicher Steifigkeit

Hierbei werden Aspekte der physikalischen Nichtlinearität berücksichtigt [2]. Die Modelle werden auf der Basis von Extremalaufgaben formuliert. Die Einbeziehung von Verfahren der mathematischen Optimierung in die Berechnungsstrategie ermöglicht die Lösung nichtlinearer Problemstellungen unter Vorgabe von Berechnungszielen und unter Beachtung von Grenzzustandsbedingungen. Der Einsatz dieser Algorithmen hat sich insbesondere bei der Lösung von Bemessungsaufgaben als vorteilhaft erwiesen.

2 Mechanische Modelle

2.1 Modell 1: Separate Tragwerks- und Querschnittsmodelle

Für die Analyse von Tragwerksmodellen gibt es eine Vielzahl von Berechnungsmodellen und Verfahren. Ausgewählte Modelle auf der Basis der mathematischen Optimierung werden in statischer Formulierung in Tabelle 1 angegeben. Diese Modelle sind zur Berechnung des Tragwerkszustandes für gegebene Lastintensitäten (auf der Basis des Prinzips vom Minimum des konjugierten Formänderungspotentials) sowie zur Grenzlastanalyse (auf der Basis des statischen Theorems der Grenzlast) geeignet. Die Modelle basieren auf einem elastisch - ideal plastischen Materialgesetz. Der Aufbau der Matrizen und Vektoren wird in der Literatur [1-5] erläutert.

Tabelle 1 Optimierungsprobleme auf Basis der statischen Formulierung (Tragwerksmodell)

	Zustandsanalyse elastisch	Zustandsanalyse elastisch-plastisch	elastische Grenzlast	plastische Grenzlast
ZF	$\frac{1}{2} \mathbf{s}_e^T \mathbf{Q}_T \mathbf{s}_e \Rightarrow \min$	$\frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{Q}_T \mathbf{s} \Rightarrow \min$	$p \rightarrow \max$	$p \rightarrow \max$
GGB	$\mathbf{A}_{G,T} \mathbf{s}_e - \mathbf{f}_T = \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{G,T} \mathbf{s} - \mathbf{f}_T = \mathbf{0}$		$\mathbf{A}_{G,T} \mathbf{s} - p \cdot \mathbf{f}_T = \mathbf{0}$
PB		$\mathbf{A}_{P,T} \mathbf{s} - \mathbf{s}_0 \leq \mathbf{0}$	$p \cdot \mathbf{A}_{P,T} \mathbf{s}_e - \mathbf{s}_0 \leq \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{P,T} \mathbf{s} - \mathbf{s}_0 \leq \mathbf{0}$

Werden neben den klassischen Grenzlastkriterien auch Deformationskriterien maßgebend, wie z.B. maximale Verformungen oder maximale plastische Rotationen, müssen zusätzliche Bedingungen in die Problemformulierung integriert werden. Die deformationsbasierte Grenzlast kann folgendermaßen charakterisiert werden [2]:

Ein System befindet sich unterhalb der deformationsbasierten Grenzlast, wenn infolge Beanspruchungen statisch und kinematisch zulässige Zustände eingenommen sowie die Deformationsgrenzwerte nicht überschritten werden.

Das zugehörige mathematische Problem (Tabelle 2) ist ein generalisiertes Lagrange- oder Kuhn-Tucker-Problem und kann in dieser vollständigen Formulierung mit Methoden der nichtlinearen Optimierung gelöst werden.

Tabelle 2 Grenzlastproblem auf der Basis der vollständigen Formulierung (Tragwerksmodell)

	deformationsbasierte Grenzlast	
ZF	$p \rightarrow \max$	ZF ... Zielfunktion
GGB	$\mathbf{A}_{G,T} \mathbf{s} - p \cdot \mathbf{f}_T = \mathbf{0}$	GGB ... Gleichgewichtsbedingung
PB	$\mathbf{A}_{P,T} \mathbf{s} - \mathbf{s}_0 \leq \mathbf{0}$	PB ... Plastizitätsbedingung
VTB	$\mathbf{A}_{G,T}^T \mathbf{u} - \mathbf{Q}_T \mathbf{s} - \mathbf{A}_{P,T}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$	VTB ... Verträglichkeitsbedingung
KB	$(\mathbf{A}_{P,T} \mathbf{s} - \mathbf{s}_0) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0}$	KB ... Komplementaritätsbedingung
DB	$\mathbf{A}_{D,T} \mathbf{u} - \mathbf{u}_0 \leq \mathbf{0}$	DB ... Deformationsbedingung
NNB	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$	NNB ... Nichtnegativitätsbedingung

Die in Tabelle 2 angegebene Problemformulierung läßt sich für die Querschnittsanalyse adaptieren. Die in Tabelle 3 und 4 angegebenen Modelle setzen eine Modellierung als Schichten- oder Fasermmodell unter Beachtung der Bernoulli-Hypothese voraus. Die Modellierung des Rißverhaltens des Verbundquerschnittes kann auf Faserebene durch Einführung von Ungleichungen (Plastizitätsbedingungen) erfolgen. In erster Näherung kann das Verhalten von Beton und Stahl als linear elastisch-ideal plastisch angenommen werden. Die zugehörigen Interaktionsbedingungen für Normalkraft und Moment werden in Abb. 3a dargestellt. Erweiterungen für polynomiale Formulierungen sind möglich [6].

Tabelle 3 Zustandsanalyse auf Basis der vollständigen Formulierung (Querschnittsanalyse)

	Zustandsanalyse elastisch	Zustandsanalyse elastisch-plastisch
ZF		
GGB	$\mathbf{A}_{G,Q} \mathbf{N} - \mathbf{f}_Q = \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{G,Q} \mathbf{N} - \mathbf{f}_Q = \mathbf{0}$
PB		$\mathbf{A}_{P,Q} \mathbf{N} - \mathbf{N}_0 \leq \mathbf{0}$
VTB	$\mathbf{A}_{G,Q}^T \mathbf{u} - \mathbf{Q}_Q \mathbf{N} = \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{G,Q}^T \mathbf{u} - \mathbf{Q}_Q \mathbf{N} - \mathbf{A}_{P,Q}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$
KB		$(\mathbf{A}_{P,Q} \mathbf{N} - \mathbf{N}_0) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0}$
NNB		$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$

Für die Durchführung von deformationsbasierten Grenzzustandsanalysen ist die Einführung von Deformationsbedingungen notwendig. Die kinematischen Größen (Querschnittsverdrehung und Mittelachsendehnung) interagieren und werden durch Verformungsrestriktionen (DB, FB) beschränkt. Zur Abbildung der üblichen Fallunterscheidungen nach DIN1045-1 werden Interaktionskurven verwendet, die als Ungleichungen in die entsprechenden Optimierungsprobleme integriert werden können (Abb. 3b).

Tabelle 4 Grenzlastanalyse auf Basis der vollständigen Formulierung (Querschnittsanalyse)

	elastische Grenzlast	plastische Grenzlast	deformationsbasierte Grenzlast
ZF	$p \rightarrow \max$	$p \rightarrow \max$	$p \rightarrow \max$
GGB	$\mathbf{A}_{G,Q} \mathbf{N} - p \cdot \mathbf{f}_Q = \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{G,Q} \mathbf{N} - p \cdot \mathbf{f}_Q = \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{G,Q} \mathbf{N} - p \cdot \mathbf{f}_Q = \mathbf{0}$
PB	$\mathbf{A}_{P,Q} \mathbf{N} - \mathbf{N}_0 \leq \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{P,Q} \mathbf{N} - \mathbf{N}_0 \leq \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{P,Q} \mathbf{N} - \mathbf{N}_0 \leq \mathbf{0}$
VTB	$\mathbf{A}_{G,Q}^T \mathbf{u} - \mathbf{Q}_Q \mathbf{N} - \mathbf{A}_{P,Q}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{G,Q}^T \mathbf{u} - \mathbf{Q}_Q \mathbf{N} - \mathbf{A}_{P,Q}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_{G,Q}^T \mathbf{u} - \mathbf{Q}_Q \mathbf{N} - \mathbf{A}_{P,Q}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$
KB	$(\mathbf{A}_{P,Q} \mathbf{N} - \mathbf{N}_0) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0}$	$(\mathbf{A}_{P,Q} \mathbf{N} - \mathbf{N}_0) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0}$	$(\mathbf{A}_{P,Q} \mathbf{N} - \mathbf{N}_0) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0}$
DB			$\mathbf{A}_{D,Q} \mathbf{u} - \mathbf{u}_0 \leq \mathbf{0}$
FB	$\mathbf{A}_{D,Q} \mathbf{u} - \mathbf{u}_F \leq \mathbf{0}$		
NNB	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$

FB ... Fließbedingung

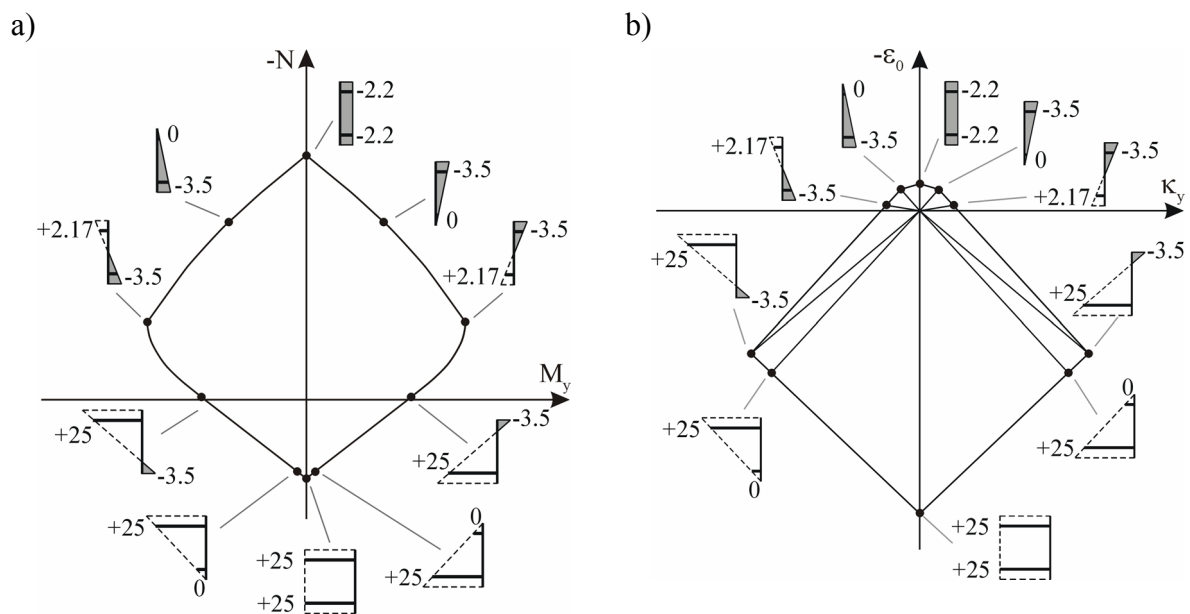


Abb. 3: Beschränkung der a) Kraftgrößen und b) Verformungsgrößen auf Querschnittsebene

Durch Einsetzen der entsprechenden Faserdehnungen wird ein konvexer Raum aufgespannt, der jede mögliche Kombination der Dehnungsparameter bzw. jede mögliche Querschnittsverformung einschließt. Die Gleichungen für den Rand sind in Abb. 4 und 5 angegeben.

Die Analyse nach Modell 1 folgt dem klassischen Ablauf. Im ersten Schritt werden mit Hilfe des Querschnittsmodells notwendige Informationen über das Verhalten gewonnen, die dann in einem zweiten separaten Schritt in Form von „integrierten“ Bedingungen bei der Analyse am Tragwerksmodell berücksichtigt werden.

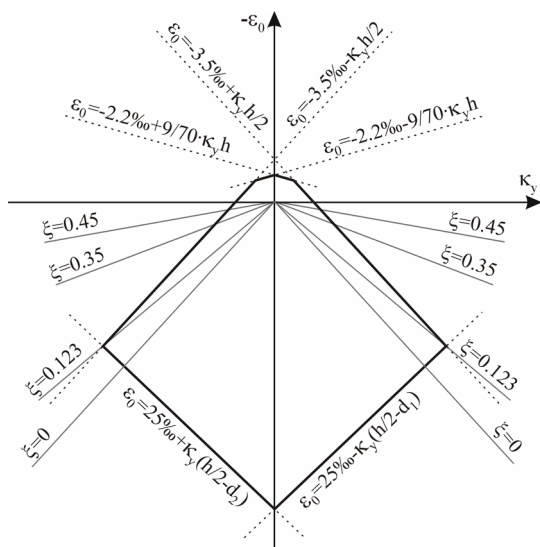


Abb. 4: Deformationsbedingungen am Querschnitt

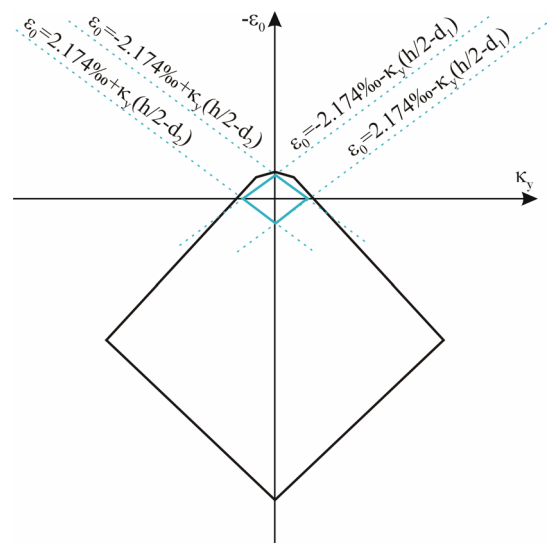


Abb. 5: Fließbedingungen am Querschnitt

Nachteilig für Analysen nach Modell 1 ist, dass bei der Ermittlung von Lastintensitäten unter Berücksichtigung von Deformationsbeschränkungen keine eindeutige Transformationsbeziehungen hergestellt werden kann. Die herkömmliche Vorgehensweise beruht lediglich auf der Verwendung einer zweiparametrischen Transformationsbeziehung (M- κ -Linie). Das Querschnittsverhalten und der damit verbundene Dehnungszustand kann nur unzureichend abgebildet werden und muss ggf. durch Iteration neu bestimmt werden. Bei der Beschränkung von Rotationen ist die Kenntnis des Dehnungszustandes erforderlich, da die Grenzrotationen von der Druckzonenhöhe und damit vom Dehnungszustand selbst abhängen (Abb. 6 und 7). Diese Nachteile können durch selektiv gekoppelte Modelle kompensiert werden.

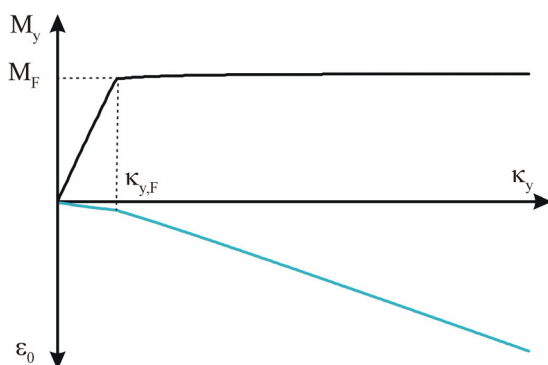


Abb. 6: M- κ - ϵ_0 Beziehung

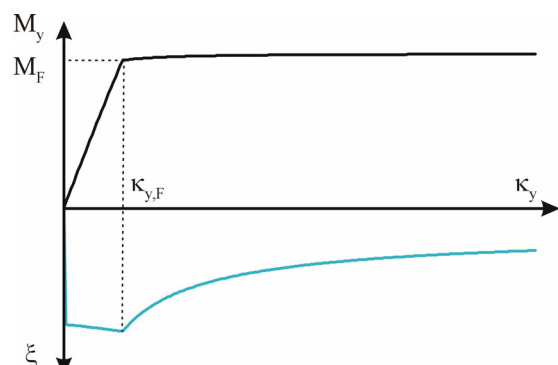


Abb. 7: M- κ - ξ Beziehung

2.2 Modell 2: Gekoppelte Tragwerks- und Querschnittsmodelle

Für die Untersuchung hybrider Strukturen ist der Einsatz gekoppelter Tragwerks- und Querschnittsmodelle sinnvoll, wenn hierdurch eine aufwendige iterative Vorgehensweise (Rückkopplung) bei der Analyse vermieden werden kann. Durch Verwendung lediglich ausgewählter Kopplungsstellen (z.B. an extrem beanspruchten Tragwerksteilen) kann zudem der Modellumfang begrenzt werden. Tabelle 5 enthält eine Variante für den Aufbau von Optimierungsaufgaben zur Zustandsanalyse selektiv gekoppelter Systeme mit konstanter Steifigkeit (Modell 2a). Das Teilmodell des Tragwerkes ist beispielhaft in statischer und das des Querschnittes in vollständiger Formulierung angegeben. Das System wird lediglich über das Tragwerksmodell beansprucht. An den Kopplungsstellen (Index i) werden die Schnittgrößen s_i des Tragwerkes in das Querschnittsmodell mit Hilfe der Kopplungsmatrix $C_{T,Q}$ transformiert und werden dort als äußere Belastungsgrößen aufgefaßt. Die Plastizitätsbedingungen werden wiederum nur über das Querschnittsmodell bereitgestellt. Somit wird eine Übertragung des Querschnittsverhalten in das Tragwerksmodell ermöglicht.

Tabelle 5 Optimierungsproblem mit gekoppelter Tragwerks- Querschnittsebene (Modell 2a mit konstanter Steifigkeit)

		Tragwerk		Querschnitt					
		s	s_i	N	u	λ	1		
ZF	$\frac{1}{2} s^T ($	Q_T) +	MIN
	$\frac{1}{2} s_i^T ($		$Q_{i,T}$) \rightarrow	
GGB		$A_{G,T}$	$A_{G,i,T}$				$-f$	$=$	0
GGB			$C_{T,Q}$	$A_{G,Q}$				$=$	0
PB		$A_{P,T}$					$-s_0$	\leq	0
PB				$A_{P,Q}$			$-N_0$	\leq	0
VTB				$-Q_Q$	$A_{G,T}^T$	$-A_{P,Q}$		$=$	0
KB	$\lambda ($			$A_{P,Q}$			$-N_0$) =	0
DB					A_D		$-u_0$	\leq	0
NNB						-1		\leq	0

Das Modell 2a ist dadurch charakterisiert, daß lediglich die Informationen zu den aufnehmbaren Schnittgrößen durch das Querschnittsmodell bereitgestellt werden. Eine Erweiterung des Prinzips läßt sich durch zusätzliche Übertragung der Steifigkeitseigenschaften des Querschnittes, realisiert durch eine Veränderung der Zielfunktion nach Tabelle 6, erzielen (Modell 2b). Die Steifigkeiten im Tragwerksmodell werden durch den Formänderungszustand im Querschnittsmodell direkt festgelegt.

Tabelle 6 Gekoppeltes Modell mit veränderlicher Steifigkeit (Modell 2b)

		Tragwerk		Querschnitt					
		\mathbf{s}	\mathbf{s}_i	\mathbf{N}	\mathbf{u}	$\boldsymbol{\lambda}$	$\mathbf{1}$		
ZF	$\frac{1}{2}\mathbf{s}^T ($	\mathbf{Q}_T) +	
	$\frac{1}{2}\mathbf{s}_i^T ($		$\mathbf{Q}(\mathbf{u})_{i,T}$) \rightarrow	MIN
GGB		$\mathbf{A}_{G,T}$	$\mathbf{A}_{G,i,T}$				$-\mathbf{f}$	$=$	0
GGB			$\mathbf{C}_{T,Q}$	$\mathbf{A}_{G,Q}$				$=$	0
PB		$\mathbf{A}_{P,T}$					$-\mathbf{s}_0$	\leq	0
PB				$\mathbf{A}_{P,Q}$			$-\mathbf{N}_0$	\leq	0
VTB				$-\mathbf{Q}_Q$	$\mathbf{A}_{G,T}^T$	$-\mathbf{A}_{P,Q}$		$=$	0
KB	$\boldsymbol{\lambda} ($			$\mathbf{A}_{P,Q}$			$-\mathbf{N}_0$) $=$	0
DB					\mathbf{A}_D		$-\mathbf{u}_0$	\leq	0
NNB						-1		\leq	0

3 Beispiel

Die Anwendung der oben beschriebenen Modelle wird am Beispiel des in Abb. 8 dargestellten 2-Feld-Durchlaufträgers aus Stahlbeton erläutert. Für das Tragwerksmodell wird der Träger in 8 Elemente diskretisiert mit einer Elementlänge von $l_i=1,5\text{m}$.

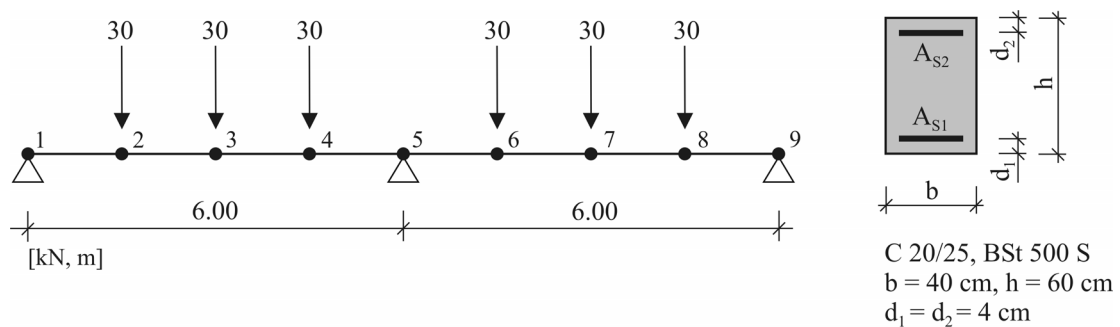


Abb. 8: Beispiel Durchlaufträger

Die Bewehrung des Trägerquerschnitts ist symmetrisch angeordnet ($A_{s1} = A_{s2} = 20 \text{ cm}^2$). Aus einer vorgeschalteten Querschnittsanalyse wird im ersten Schritt die Momenten-Krümmungsbeziehung des Querschnitts (Abb. 9) ermittelt. Dazu wird der Querschnitt in 9 Betonschichten und 2 Stahlschichten unterteilt. Als Ergebnis wird das Fließmoment mit $M_F = \pm 437,3 \text{ kNm}$ und das Bruchmoment mit $M_B = \pm 454,1 \text{ kNm}$ ermittelt.

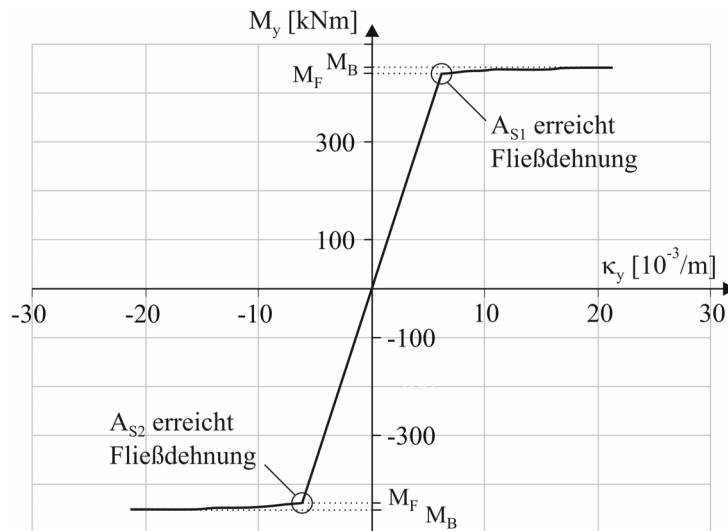


Abb. 9: M- κ -Diagramm Beispielquerschnitt

Bei Anwendung von Modell 1 wird das Querschnittstragverhalten des gesamten Trägers durch eine vereinfachte bilineare Momenten-Krümmungsbeziehung approximiert. Im Modell 2a wird in Erweiterung zu Modell 1 eine Kopplung zwischen Tragwerks- und Querschnittsmodell an der Innenstütze vorgesehen, die in Variante 2b um eine lineare Abhängigkeit der Tragwerkssteifigkeit von der Krümmung des Querschnittes ergänzt wird. In Tabelle 7 sind ausgewählte Ergebnisse der Berechnung zur elastischen Grenzlast des Durchlaufträgers zusammengestellt.

Tabelle 7 Ergebnisse im Zustand der elastischen Grenzlast

Modell	p	M_3 [kNm]	w_3 [mm]	M_5 [kNm]	$\phi_{pl,5}$ [mrad]
1	5,18	247,8	9,55	-437,3	0
2a	5,30	258,3	10,08	-437,3	0,55
2b	6,67	382,6	15,98	-437,3	3,29

Die elastische Grenzlast in Modell 1 ist durch Erreichen des Fließmomentes an einer Stelle des Tragwerks (Innenstütze) definiert. Demgegenüber ist in Modell 2a/b die elastische Grenzlast anhand des Fließens der Zugbewehrung charakterisiert. Durch Kopplung von Tragwerks- und Querschnittsebene über der Innenstütze wird ein weiches Verhalten abgebildet und somit insgesamt ein höheres Lastniveau verbunden mit größeren Verformungen erreicht. Die plastischen Rotationen ϕ_{pl} in Modell 2a sind auf die Erfassung der bereits vor Erreichen der Fließspannung im Stahl vorhandenen Risse im Beton zurückzuführen.

In Modell 2b wird in Erweiterung zu Modell 2a die veränderliche Steifigkeit im Querschnitt in das Tragwerksmodell projiziert. Dies führt zu einem verzögerten Anstieg des Stützmomentes. Dadurch vergrößert sich die elastische Grenzlast sowie die zugehörigen Deformationen. In Tabelle 8 wird die plastische Rotation des Trägers über der Innenstütze auf einen zulässigen Wert nach [7] beschränkt. Die plastische Grenzrotation ist abhängig von der Druckzonenhöhe und der Schubslankheit. Mit steigendem Detaillierungsgrad der Modelle ist dabei eine

Abnahme der plastischen Rotation des jeweiligen Systems über der Innenstütze, bei gleichzeitiger Zunahme der Momentenumlagerung, zu verzeichnen.

Tabelle 8 Ergebnisse im Zustand der deformationsbasierten Grenzlast

Modell	p	M ₃ [kNm]	w ₃ [mm]	M ₅ [kNm]	ϕ _{pl,5} [mrad]
1	6,78	392,8	16,79	-437,3	7,59
2a	6,98	401,1	17,15	-454,1	7,56
2b	7,29	436,5	18,74	-437,3	7,38

In Tabelle 9 sind die Werte für den plastischen Grenzzustand angegeben. Die sehr großen Rotationen über der Innenstütze sowie die großen Durchbiegungen in Feldmitte werden durch die stark reduzierten Steifigkeit des Querschnitts über der Innenstütze verursacht. Es wird deutlich, dass verglichen mit dem deformationsbasierten Grenzzustand die ermittelten plastischen Grenzlasten die Kapazität des Tragwerkes überbewerten.

Tabelle 9 Ergebnisse im Zustand der plastischen Grenzlast

Modell	p	M ₃ [kNm]	w ₃ [mm]	M ₅ [kNm]	ϕ _{pl,5} [mrad]
1	7,29	437,3	19,07	-437,3	9,99
2a	7,38	437,1	18,95	-454,1	9,47
2b	7,35	437,3	(16647)	-447,8	(5529)

4 Literatur

- [1] Adami, K.; Raue, E.; Timmler, H.-G.(2001): *Physically non-linear analysis of structural systems of large panel buildings by methods of mathematical programming*. In: 7. Internationale Konferenz „Modern Building Materials, Structures and Techniques“, Vilnius, Litauen
- [2] Raue, E.; Weitzmann, R.(2000): *Konzepte zur numerischen Lösung von Grenzwiderstandsaufgaben unter Berücksichtigung des adaptiven Tragverhaltens von Stahlbetonkonstruktionen*, Internationales Kolloquium über die Anwendung der Informatik und Mathematik in Architektur und Bauwesen, IKM 2000; CD zur Tagung, Bauhaus-Universität, Weimar
- [3] Hahn, S.; Timmler, H.-G.(2002): *Numerische Untersuchungen zum Einspielverhalten homogener Querschnitte*; Massivbau – Beiträge aus Theorie und Praxis; Festschrift 60. Geburtstag Prof. Dr.-Ing. habil. Erich Raue; Bauhaus-Universität Weimar
- [4] Hahn, S. (2001): *Physikalisch nichtlineare Analyse von Stahlbeton- und Verbundquerschnitten mit der Methode der mathematischen Optimierung unter Anwendung von Standardsoftware*, Diplomarbeit, Bauhaus-Universität Weimar
- [5] Timmler H.-G.; Hahn, S.; Solbrig J. (2000): *Analyse von Stahlbetonbauteilen unter Anwendung von Standardsoftware*, Thesis, Heft 3, Jg. 46, Wissenschaftliche Zeitschrift der Bauhaus-Universität Weimar
- [6] Marx, S.; Raue, E. (1999): *Analyse von Stahlbetonquerschnitten mit Methoden der mathematischen Optimierung*; 37. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Bauhaus-Universität Weimar
- [7] Entwurf DIN 1045-1 (1998): *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion*; DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin